[14] J. Gray. «Leonhard Euler: 1707-1783». *Janus-Revue Internationales de l'histoire des sciences, de la médecine, de la pharmacie et de la technique* LXXII (1-3) (1985), 171–192.

[15] E. Knobloch. «Euler transgressing límits: The infinite and music theory». *Quaderns d'Història de l'Enginyeria* IX (2008), 9-24.

[16] M.R. Massa-Esteve. «Algebra and Geometry in Pietro Mengoli (1625–1686)». *Historia Mathematica* 33 (2006), 82–112.

[17] M.R. Massa-Esteve. «Leonhard Euler (1707–1783): l'home, el creador i el mestre». *Mètode* 55 (2007), 35–38.

[18] M.R. Massa-Esteve. «Sankt-Peterburgskaja Akademija Nauk ot Petra I do Ekateriny II:and Leonard Ejler». A: *Petro primo Catharina secunda; Dva monarha, dev epohi -preemstvennost', razvitie, reformy*. Evropejskij Dom (2017), 190–202.

[19] M.R. Massa-Esteve. «The circulation of scientific knowledge in Euler's first stage at Saint Petersburg Academy of Sciences». A: F. d'Angelo (ed.), *The scientific dialogue linking America, Asia and Europe between the 12th and the 20th Century. Theories and techniques travelling in space and time*. Napoli: Viaggiatori (2018), 262–276.

[20] M.R. Massa-Esteve i A. Delshams. «Euler's Beta integral in Pietro Mengoli's works». *Archive for History of Exact Sciences* 63 (2009), 325–356.

[21] M.R. Massa-Esteve, A. Roca-Rosell i C. Puig-Pla. «Mixed mathematics in engineering education in Spain: Pedro Lucuce's course at the Barcelona Royal Military Academy of Mathematics in the eighteenth century». *Engineering Studies* 3 (2011), num. 3, 233–253.

[22] L. Schulze. «The Russification of the St. Petersburg Academy of Sciences and Arts in the eighteenth century». *British of Journal of History of Sciences* 18 (1985), 305–335.

[23] A.P. Youschkevitch. «Leonhard Euler». A: C.C. Gillispie (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*. Nova York: Scribner's 9 (1971–1991), 467–484.

Les obres d'Euler en línia: `http://www.math.dartmouth.edu/~euler/` o bé The Euler Archive.

Problemes

Juanjo Rué
Universitat Politècnica de Catalunya

Torna a passar el període de bon temps i, sense adonar-nos-en, ja ens tornem a plantar enmig del fred. I no hi ha res millor per suportar el fred i la pluja que estar amb una xocolata calenta i un bon problema matemàtic per treballar! Aquí en presentem uns quants amb els quals creiem que, modestament, podem oferir una estona ben agradable de pensar i de treballar en allò que tant ens agrada a tots: les matemàtiques.

Passem, doncs, al material matemàtic. Comencem pels agraïments a tots els que han contribuit a aquesta entrega plantejant problemes de tota mena: a Miquel Amengual i a Joaquim Nadal (des de Cala Figuera i Llagostera, respectivament), tots dos amb problemes geomètrics molt interessants i entretinguts; a José Luis Díaz-Barrero, des de Barcelona, amb una de les seves desigualtats i, finalment, a Xavier Ros-Oton, des de Zuric. A la redacció en guardem uns quants més per a la propera... i no dubteu que qualsevol problema interessant serà més que benvingut en aquestes pàgines.

També volem donar les gràcies a tots els que ens han fet arribar solucions dels problemes proposats en el número anterior. El problema que ha ocupat més esforços ha estat, sense cap mena de dubte, el 149. Especialment en aquest hem rebut solucions de tota mena, tot i que la majoria no s'han restringit a la restricció «purament euclidians». A causa de l'extensa varietat de solucions rebudes, en aquesta ocasió publicarem la brillant, elegant i elemental solució del proponent, junt amb una solució d'Esteve Casas.

Abans d'acabar, volem fer el comentari habitual: per enviar qualsevol proposta (solucions, problemes a resoldre, comentaris, ...), dirigiu-vos a l'adreça de correu electrònic següent:

`juan.jose.rue@upc.edu`.

També, per tal de facilitar la feina a aquest humil escrivent, el material en TEX o LATEX (i en especial les figures i dibuixos!) serà rebut amb molta més satisfacció d'esperit. Doncs res més... A treballar en els problemes proposats s'ha dit!

Problemes proposats

A153. (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)
Sigui $\triangle ABC$ un triangle amb $\widehat{CAB} < 90°$ i $AB = AC$. Sigui P un punt del costat BC tal que $BP > PC$. Denotem per D i E els respectius peus de les perpendiculars tirades de P a AB i CA.
Provau que $[\triangle APD] > [\triangle APE]$, on $[\triangle XYZ]$ denota l'àrea del triangle $\triangle XYZ$.

A154. (Proposat per Xavier Ros-Oton, Universitat de Zuric, Zuric.)
Sigui $\{a_n\}_{n\geq 0}$ una successió de nombres reals positius. Demostreu que si la sèrie

$$\frac{a_1}{a_0} + \frac{a_2}{a_0 + a_1} + \frac{a_n}{a_0 + \cdots + a_{n-1}} + \ldots$$

és convergent, aleshores la sèrie $\sum_{n\geq 0} a_n$ també ho és.

A155. (Proposat per José-Luis Díaz Barrero, BarcelonaTech UPC, Barcelona.)
Siguin $a_1, a_2, \ldots, a_n$, n nombres positius tals que $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 1$. Demostreu que

$$\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n} \frac{(a_k - a_{k+1})^2}{a_k + a_{k+1}} + \sum_{k=1}^{n} \Big(a_k a_{k+1}\Big)^{1/2} \leq 1.$$

(En aquesta fórmula els subíndexs es consideren mòdul n, i, per tant, $a_{n+1} = a_1$.)

A156. (Proposat per Joaquim Nadal i Vidal, Llagostera.)
En el triangle $\triangle ABC$, $\widehat{ABC} = 60°$. Sigui M el punt mig del segment AB. Sigui $Z(X) = AX + XM$ on X és un punt del segment BC. Trobeu l'àrea i el perímetre del triangle $\triangle ABC$ sabent que el mínim valor de $Z(X)$ és 21 i que aquest mínim s'obté quan X és el peu de la bisectriu de l'angle $\widehat{BAC}$.

Solucions

A149. (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

Denotem per I l'incentre d'un triangle $\triangle ABC$. Demostreu, fent servir mètodes purament euclidians:

1. Si $AI + BC = BI + CA = CI + AB$, llavors $\triangle ABC$ és equilàter.
2. Si $\frac{AI}{BC} = \frac{BI}{CA} = \frac{CI}{AB}$, llavors $\triangle ABC$ és equilàter.
3. Si $AI \cdot BC = BI \cdot CA = CI \cdot AB$, llavors $\triangle ABC$ és equilàter.

Solució 1: (Solució del proponent.)
Veguem cada punt per separat:

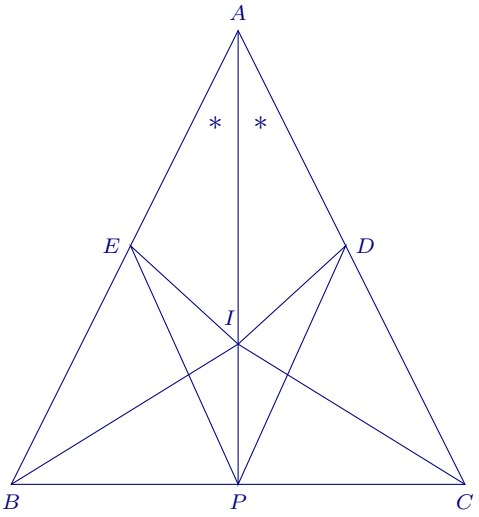
1. Suposem que $BI + CA = CI + AB$. Tindrem, de manera equivalent que

$$CA - CI = AB - BI. \qquad (1)$$

Siguin D i E els respectius punts dels costats AC i AB del triangle $\triangle ABC$ tals que $CD =$

CI i $BE = BI$. Aleshores,

$$AE = AB - BI = (\text{per } (1)) = CA - CI = AD.$$



Sigui ara P la intersecció de la recta que passa per A i I amb el costat BC. Ara, els parells de triangles $(\triangle ADI, \triangle AEI)$ i $(\triangle ADP, \triangle AEP)$ són iguals (via la relació costat-angle-costat) amb $DI = EI$ i $DP = EP$. Conseqüentment, $\triangle IPD$ i $\triangle IPE$ són iguals (ara via la relació costat-costat-costat) amb $\widehat{DIP} = \widehat{EIP}$. Per tant, com que

$$\begin{aligned}\widehat{DIP} &= \widehat{CIP} + \widehat{DIC} \\ &= \underbrace{\left(\widehat{CAI} + \widehat{ICA}\right)}_{\substack{\text{teorema angle}\\ \text{exterior}}} + \underbrace{\left(90^\circ - \frac{1}{2}\widehat{ICD}\right)}_{\substack{\triangle ICD \text{ és isòsceles}\\ \text{amb } CD = CI}} \\ &= \left(\frac{1}{2}\widehat{BAC} + \frac{1}{2}\widehat{ACB}\right) + \left(90^\circ - \frac{1}{4}\widehat{ACB}\right) \\ &= 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{BAC} + \frac{1}{4}\widehat{ACB}.\end{aligned}$$

Anàlogament,

$$\widehat{EIP} = 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{BAC} + \frac{1}{4}\widehat{ABC},$$

i, per tant, $\widehat{ABC} = \widehat{BCA}$. Anàlogament, $\widehat{BCA} = \widehat{CAB}$. És a dir, $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAB}$, i, per tant, $\triangle ABC$ és equilàter.

2. La demostració és per contradicció: suposem $AB > CA$. Aleshores, serà $BI > CI$. Per tant,

$$\frac{AB}{CA} > 1 > \frac{CI}{BI}.$$

Així doncs, $\frac{CI}{AB} < \frac{BI}{CA}$, i hem arribat a contradicció.

A una contradicció anàloga s'arriba si suposam $AB < CA$. Llavors ha de ser $AB = CA$. Anàlogament, $CA = BC$. És a dir:

$$AB = BC = CA$$

i, per tant, $\triangle ABC$ és equilàter.

3. Sigui novament P el punt obtingut de tallar el segment BC amb la recta que passa per A i per I. Atès que $BI \cdot CA = CI \cdot AB$, tindrem $\frac{BI}{CI} = \frac{AB}{CA} = \frac{BP}{PC}$ i pel recíproc del teorema de la bisectriu interior en deduïm que $\widehat{BIP} = \widehat{PIC}$. En conseqüència,

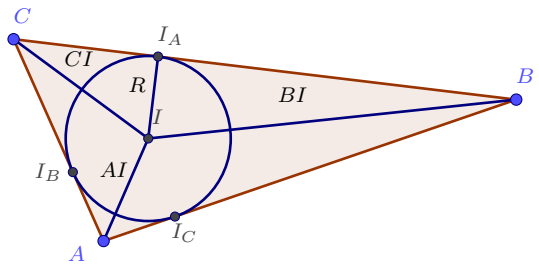
$$\widehat{ABI} = \widehat{BIP} - \widehat{BAP} = \widehat{PIC} - \widehat{PAC} = \widehat{ICA}.$$

i

$$\widehat{ABC} = 2 \cdot \widehat{ABI} = 2 \cdot \widehat{ICA} = \widehat{ACB}.$$

Per tant, $AB = CA$. Anàlogament, $CA = BC$.

Solució 2: (Solució d'Esteve Casas, Sant Celoni.)
En primer lloc, presentem el dibuix sobre el qual es basaran els raonaments i les notacions. Hi denotem per I_A, I_B, I_C els punts de tangència de la circumferència inscrita al triangle $\triangle ABC$. Denotarem per R el radi de la circumferència inscrita.



Usarem també expressions del tipus BA^2 per denotar el quadrat de la longitud del segment BA. Aleshores podem observar que es compleixen les relacions:

$$AI_C = AI_B,$$
$$BI_C = BI_A,$$
$$CI_A = CI_B,$$
$$AC = AI_B + CI_B,$$
$$CB = CI_A + BI_A,$$
$$AB = AI_C + BI_C,$$

i, mitjançant el teorema de Pitàgores,

$$AI^2 = R^2 + AI_C^2,$$
$$BI^2 = R^2 + BI_C^2,$$
$$CI^2 = R^2 + CI_B^2.$$

Ara podem combinar (mitjançant la diferència) aquestes relacions per deduir-ne que

$$CI^2 - BI^2 = CI_B^2 - BI_C^2\,, \quad (*)$$
$$CI^2 - AI^2 = CI_B^2 - AI_C^2, \quad (**)$$
$$BI^2 - AI^2 = BI_C^2 - AI_C^2. \quad (***)$$

Analitzem ara cada un dels casos que ens demanen d'estudiar.

1. A més, tenim que es compleix que $AI+BC = BI + CA = CI + AB$. En aquesta situació la relació $(*)$ és

$$(CI-BI)(CI+BI) = (CI_B-BI_C)(CI_B+BI_C).$$

Usant ara que $CI - BI = CA - AB$ i que $CI_B + BI_C = CI_A + BI_A = BC$, obtenim que la relació anterior és igual a la relació $(CA - AB)(BI + CI)(CI_B - BI_C)(CB)$. Finalment, com que $CI_B - BI_C = CA - AB$, concloem que

$$(CA - AB)(BI + CI) = (CA - AB)CB.$$

Per tant, tret que el triangle sigui degenerat (i suposem que no ho és), $CI + BI > CB$; per tant, ens cal que $CA - AB = 0$. Així doncs, $CA = AB = CB$ que correspon al triangle equilàter.

2. Denotem per k al quocient $\frac{AI}{BC} = \frac{BI}{CA} = \frac{CI}{AB}$. Per tant

$$CI^2 = k^2AB^2 = k^2(AI_C + BI_C)^2,$$
$$BI^2 = k^2CA^2 = k^2(CI_B + BI_B)^2,$$
$$AI^2 = k^2BC^2 = k^2(AI_A + BI_A)^2.$$

En aquest cas, la relació $(*)$ es tradueix com a

$$k^2(AI_C+BI_C)^2-k^2(AI_B+CI_B)^2 = CI_B^2-BI_C^2,$$

que es pot reescriure de la forma

$$k^2(BI_C - CI_B)(2AI_C + BI_C + CI_B) = (CI_B - BI_C)(CI_B + BI_C).$$

Observeu que l'última expressió representa una igualtat amb termes de signe contrari perquè hi ha $BI_C - CI_B$ en una banda de la igualtat i $CI_B - BI_C$ A l'altra. Per tant, l'única possibilitat que es compleixi és $CI_B - BI_C = 0$ o $CI_B = BI_C$. Usant raonaments similars amb $(**)$ i $(***)$ tenim que $CI_B = AI_C$ i $BI_C = AI_C$, i això implica que $AC = AB = BC$. És a dir, el triangle és equilàter.

3. Finalment, suposem que $AI \cdot BC = BI \cdot CA = CI \cdot AB = k$ per un cert valor k. A partir d'aquí obtenim que

$$CI^2 = \frac{k^2}{AB^2},\ BI^2 = \frac{k^2}{AC^2},\ AI^2 = \frac{k^2}{CB^2}.$$

Per tant $(*)$, en aquest cas s'expressa de la manera següent:

$$k^2\left[\frac{1}{AB^2} - \frac{1}{CA^2}\right] = k^2\frac{CA^2 - AB^2}{AB^2CA^2} = CI_B^2 - BI_C^2.$$

Així doncs,

$$k^2\frac{(CA - AB)(CA + AB)}{AB^2CA^2} = (CI_B - BI_C)(CI_B + BI_C) = (CA - AB)(CI_A + BI_A) = (CA - AB)CB,$$

i, per tant, si fos $CA \neq AB$,

$$k^2\frac{CA + AB}{AB^2CA^2} = CB.$$

Novament, a partir de $(**)$ i $(***)$, arribaríem a les expressions similars (si $AB \neq CB$ i $CA \neq CB$):

$$k^2\frac{CB + AB}{AB^2CB^2} = CA,\ k^2\frac{CA + CB}{CA^2CB^2} = AB.$$

Tenim, doncs, la relació:

$$\begin{aligned} k^2(AB+CA)CB &= k^2(CB+AB)CA \\ &= k^2(CA+CB)AB \\ &= AB^2BC^2AC^2. \end{aligned}$$

Comparant, per exemple, els termes de la primera igualtat obtenim que $(CA+AB)CB = (CB+AB)CA$, d'on es pot deduir que necessàriament es compleix que $CB = CA$. De manera similar es dedueixen les igualtats dels altres costats, i, per tant, el triangle és equilàter.

A150. (Proposat per Xavier Ros-Oton, Universitat de Zuric, Zuric.)

Sigui $p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1x + a_0$. Suposem que p té totes les arrels reals, i sigui a el màxim de totes elles. Proveu que per a tot $x \geq a$ es compleix que

$$p'(x) \geq n\,[p(x)]^{\frac{n-1}{n}}\,.$$

Solució: (Solució de Francesc Fité, Institut d'Estudis Avançats, Princeton, Estats Units.)

Denotem per $\alpha_1, ..., \alpha_n$ les seves arrels (amb possible repetició de nombres si hi ha arrels múltiples) i ordenades en ordre decreixent (per tant, $\alpha_1 = a$). Per començar, si $x = a$ és clar que $p'(a) \geq 0 = p(a)$. Així doncs, suposem d'aquí en endavant que $x > a$.
Tenim aleshores que per tota $x > a$ que $p(x) > 0$ i

$$\begin{aligned} \frac{p'(x)}{p(x)} &= \frac{d}{dx}\log p(x) \\ &= \frac{d}{dx}[\log(x-\alpha_1) + \cdots + \log(x-\alpha_n)] \\ &= \frac{1}{x-\alpha_1} + \cdots + \frac{1}{x-\alpha_n} \\ &\geq n\sqrt[n]{\frac{1}{x-\alpha_1}\cdots\frac{1}{x-\alpha_n}} \\ &= n\frac{1}{\sqrt[n]{p(x)}}, \end{aligned}$$

on hem usat la desigualtat entre la mitjana aritmètica i la geomètrica. Observeu també que en les derivades del logaritme no hi apareix el valor absolut atès que $x > a$, i, per tant, totes les fraccions són positives.

Finalment, podem multiplicar els dos costats de la desigualtat per $p(x)$, i finalment obtenim que

$$p'(x) \geq n\frac{p(x)}{\sqrt[n]{p(x)}}.$$

Comentari a la solució: noteu que la desigualtat es dona amb igualtat (usant la desigualtat aritmeticogeomètrica) si i només si $p(x) = (x-a)^n$.

A151. (Proposat per José-Luis Díaz Barrero, BarcelonaTech UPC, Barcelona.)

Sigui n un enter no negatiu. Demostreu que

$$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{\binom{n}{k}\frac{k-\sqrt{k^2-1}}{\sqrt{k(k+1)}}\,\frac{F_k}{F_{2n}}} \leq \sqrt[4]{\frac{n}{n+1}},$$

on F_n denota l'n-èssim nombre de Fibonacci, definit per $F_0 = 0, F_1 = 1$, i per $n \geq 2$, $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$.

Solució: (Solució de Bruno Salgueiro Fanego, Viveiro, Lugo.)

Farem la prova per inducció sobre n. Per $n = 1$, tant el terme de l'esquerra com el terme de la dreta de la desigualtat són iguals a $2^{-1/4}$. Per tant, la desigualtat és certa ja que és certa en particular la igualtat.
Suposem ara que $n \geq 2$, el terme de l'esquerra de la desigualtat és pot interpretar com el producte escalar de dos vectors en $\mathbb{R}^n$ amb components (per $k = 1$ fins a n)

$$\sqrt{\binom{n}{k}\frac{F_k}{F_{2n}}} \text{ i } \sqrt{\frac{k-\sqrt{k^2-1}}{\sqrt{k(k+1)}}}$$

$$= \sqrt{\frac{k}{\sqrt{k(k+1)}} - \frac{\sqrt{(k-1)(k+1)}}{\sqrt{k(k+1)}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{\frac{k}{k+1}} - \sqrt{\frac{k-1}{k}}}.$$

Per tant,

$$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{\binom{n}{k}\frac{k-\sqrt{k^2-1}}{\sqrt{k(k+1)}}\,\frac{F_k}{F_{2n}}}$$

$$= \sum_{k=1}^{n}\sqrt{\binom{n}{k}\frac{F_k}{F_{2n}}}\sqrt{\sqrt{\frac{k}{k+1}} - \sqrt{\frac{k-1}{k}}}$$

Aplicant ara la desigualtat de Cauchy-Schwartz a aquest sumatori obtenim (després de simplificar les arrels quadrades) que

$$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{\binom{n}{k}\frac{F_k}{F_{2n}}}\sqrt{\sqrt{\frac{k}{k+1}}-\sqrt{\frac{k-1}{k}}}$$
$$\leq\sqrt{\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\frac{F_k}{F_{2n}}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n}\sqrt{\frac{k}{k+1}}-\sqrt{\frac{k-1}{k}}}.$$

La suma que apareix en el segon factor se simplifica de manera trivial i obtenint $\sqrt{\frac{n}{n+1}}$. D'altra banda, es compleix la identitat entre nombres de Fibonnacci $F_{2n}=\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}F_k$, que es pot demostrar directament usant l'expressió explícita $F_r=\frac{1}{\sqrt{5}}(\phi_1^n-\phi_2^n)$, on ϕ_1 i ϕ_2 són arrels del polinomi $1-x-x^2$ (ϕ_1 és l'arrel de mòdul més gran).
En resum, hem obtingut que

$$\sqrt{\sum_{k=1}^{n}\binom{n}{k}\frac{F_k}{F_{2n}}}\sqrt{\sum_{k=1}^{n}\sqrt{\frac{k}{k+1}}-\sqrt{\frac{k-1}{k}}}=$$
$$\sqrt{1}\sqrt[4]{\frac{n}{n+1}}=\sqrt[4]{\frac{n}{n+1}},$$

que és el que volíem demostrar.

Comentari a la solució: si $n>1$, la desigualtat és de fet estricta. En efecte, usant que la desigualtat de Cauchy-Schwartz es dona amb igualtat si i només si els dos vectors considerats són proporcionals, podem deduir que la relació demanada es donarà amb igualtat si es compleix que per tot valor $1\leq k\leq n-1$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k}{k+1}}-\sqrt{\frac{k-1}{k}}}}{\sqrt{\binom{n}{k}\frac{F_k}{F_{2n}}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{\frac{k+1}{k+2}}-\sqrt{\frac{k}{k+1}}}}{\sqrt{\binom{n}{k+1}\frac{F_{k+1}}{F_{2n}}}}.$$

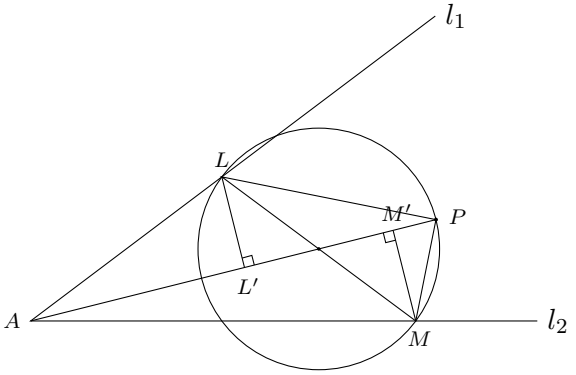
Fent ara $k=1$ en aquesta relació veiem que l'única tria vàlida per n per tal que es doni la igualtat és $\frac{4}{\sqrt{3}}-1$, que evidentment no és un nombre enter.

A152. (Proposat per Joaquim Nadal i Vidal. Llagostera.)

Considerem dues rectes l_1 i l_2 que es tallen en el punt A, i sigui P un punt a l'interior de l'angle $\widehat{A}$. Traceu pel punt P dues rectes r_1 i r_2 que formin entre si un angle recte, tal que r_1 (resp. r_2) talla l_1 (resp. l_2) en el punt L (resp. M) amb la condició que els triangles $\triangle APL$ i $\triangle APM$ tinguin la mateixa àrea.

Solució: (Solució de Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

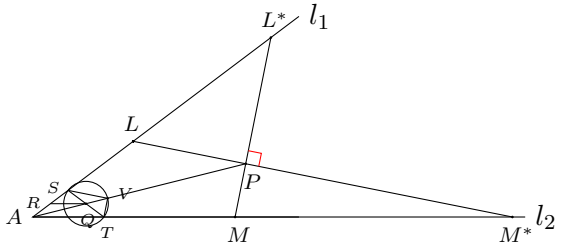
Comencem amb l'anàlisi de la configuració. Siguin L' i M' els peus de les perpendiculars a AP per L i M, respectivament. Aleshores, $LL'\perp AP$ i $MM'\perp AP$. Per tant, els segments LL' i MM' són paral·lels.
Les àrees dels triangles $\triangle APL$ i $\triangle APM$ es poden expressar com $\frac{1}{2}AP\cdot LL'$ i $\frac{1}{2}AP\cdot MM'$, respectivament. Si s'igualen aquestes dues expressions i es divideixen per $\frac{1}{2}AP$ s'obté que, de fet, $LL'=MM'$.



Se segueix, per tant, que el quadrilàter $LL'MM'$ és un paral·lelogram (té dos costats iguals i paral·lels). Atès que les diagonals d'un paral·lelogram es bisequen mútuament, la recta que uneix els punts A i P passa pel punt mitjà del segment LM. I com que $\widehat{LPM}=90°$, veiem que la circumferència de diàmetre LM passa per P.
Vista l'anàlisi podem passar a la construcció: escollim un punt Q, diferent de A i de P, que pertany a la semirecta AP. Sigui R el punt de l_1 tal que el segment QR és paral·lel l_2 i S el punt simètric de A respecte de R en la recta l_1. Si considerem T el punt d'intersecció amb l_2 de la recta QS, s'obté

$$\frac{SQ}{QT}=\frac{SR}{RA}=1,$$

i d'aquí obtenim que $SQ=QT$. Tenint present que S, Q i T estan alineats, Q és el punt mitjà del segment ST.



Finalment, si considerem V un dels punts d'intersecció amb AP de la circumferència de diàmetre ST, tindrem $\widehat{SVT} = 90°$ i les rectes traçades pel punt P i paral·leles a SV i VT són dues rectes r_1 i r_2 que compleixen el que ens demanaven.

Matemots

Xavier Gràcia
Universitat Politècnica de Catalunya

Recordeu que es tracta d'un joc de llengua (vegeu l'article introductori al número 33 de la *SCM/Notícies*). Cal resoldre els enigmes lingüístics següents, a partir de la definició donada i les pistes incloses.

Exemple: «Regions de l'espai que omplen la benzinera» (7 lletres). La resposta és «octants», que són les regions de l'espai determinades pels plans coordenats, i que sonen igual que els octans de la gasolina.

En cas de dubte podeu trobar-ne les respostes al peu de pàgina.[3]

1. Pot ser angle, devot del deure o tram de budell (5 lletres)
2. Els nombres preferits pels fotògrafs (8 lletres)
3. Pot ser pla, conjugat i també vitamínic (7 lletres)
4. És pròpia dels cossos, però també n'hi ha de futbol i d'infanteria (7 lletres)
5. En tenen els vectors, i també els circuits electrònics (10 lletres)
6. Calcula el volum de les obres completes de Lebesgue (6 lletres)
7. El ritme més apropiat per construir un polígon de 17 costats (6 lletres)
8. Compareixença en societat d'un grup d'algebristes (11 lletres)

Tesis

- GEMMA COLLDEFORNS PAPIOL va llegir la seva tesi, dirigida per Luis Ortiz Gracia i Cornelis W. Oosterlee, titulada *Wavelet Approach in Computational Finance*, el dia 23 de febrer de 2018. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

En el món de les finances computacionals, tant els preus de derivats com la gestió de riscos han atret molt d'interès entre els professionals i l'acadèmia. La tesi proporciona tècniques basades en ondetes a fi de millorar algunes de les metodologies utilitzades en aquestes àrees. Les ondetes són famílies de funcions que es poden traslladar i dilatar arbitràriament generant bases ortogonals de $L^2(\mathbb{R})$ a partir d'una funció $\psi \in L^2(\mathbb{R})$:

$$\psi_{a,b}(x) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0.$$

En relació amb elles, ha sorgit una col·lecció de mètodes d'inversió de Fourier que es basen

[3] Respostes als Matemots: 5. components; 8. presentació; 1. recte; 6. mesura; 2. negatius; 7. compàs; 3. complex; 4. divisió.